

Vurdering af kontrolsystem for varmeenergimålere i drift

Udarbejdet af

Lars Nielsen

*Dansk Fundamental Metrologi
B 307, Matematiktorvet,
DK-2800 Kgs. Lyngby*

Resumé:

Nyere generationer af varmeenergimålere produceret af Kamstrup har to flowmålere og tre temperaturfølere. Den redundante flowmåler og temperaturføler gør det muligt at overvåge den flowmåler og den temperaturdifferencemåler, som anvendes til beregning af forbrugt varmeenergi. En sådan permanent kontrol vil alt andet lige betyde en bedre sikkerhed for, at varmeenergimåleren overholder tolerancerne fastlagt i et måleteknisk direktiv. Varmeenergimålere verificeres inden opsætning. Herefter kontrolleres varmeenergimålerne kun stikprøvevis. Stikprøvens størrelse og acceptkriterierne er fastlagt i et måleteknisk direktiv og definerer implicit et sikkerhedsniveau, som må antages at være acceptabelt. Kamstrup har foreslået at reducere stikprøvens størrelse markant for varmeenergimålere underkastet permanent kontrol. Den opnåede sikkerhed ved en sådan kombineret kontrol vil afhænge ikke blot af acceptkriterierne for den permanente kontrol, men også af hvordan fordelingen af visningsfejlene for varmeenergimålerne ændrer sig gennem tiden. En sandsynlighedsteoretisk model til beregning af sikkerhedsniveauet for den kombinerede kontrol er blevet opstillet, og kontrolprogrammer til sikring af det acceptable sikkerhedsniveau er udarbejdet. Typiske kalibreringsresultater fra en reduceret stikprøve viser at det er muligt at opnå det acceptable sikkerhedsniveau med den kombinerede kontrol.

Abstract:

New generations of heat meters produced by Kamstrup have two flow meters and three temperature sensors. The redundant flow meter and temperature sensor enable surveillance of the flow meter and temperature difference meter used for calculating consumed heat energy. Other things being equal, such a permanent control provides higher security in terms of the probability that a heat meter meets the tolerances laid down in a Danish measurement directive. Heat meters are verified before being put into use. Subsequently, the heat meters are only controlled by random checks. The size of the sample to be checked and the acceptance criteria are laid down in a Danish measurement directive and define implicitly a security level that must be assumed to be acceptable. Kamstrup has suggested reducing the sample size drastically for heat meters under permanent control. The security obtained by such a combined control would depend not only on the acceptance criteria for the permanent control but also on how the distribution of the errors of indication of the heat meters develops in time. A probabilistic model for the calculation of the security level obtained by the combined control has been set up, and control diagrams for assuring the acceptable security level have been developed. Typical calibration results for a small sample of heat meters indicate that it is possible to obtain the accepted security level with the combined control.

1 Indledning

Varmenergimålere monteret i husstande anvendes til afregning af fjernvarmeforbrug. En varmenegimåler består normalt af 1) en flowmåler, der måler volumen af vand som gennemstrømmer husstanden, 2) et temperaturmålesystem med to temperaturfølere, der måler temperaturen af det gennemstrømmende vand ved fremløb henholdsvis returløb, og 3) en beregningsenhed, der udregner leveret varmenegri ud fra målinger af vandtemperaturer og gennemstrømningsvolumener.

Sådanne varmeenergimålere skal i henhold til måleteknisk direktiv MDIR 27.01-01 [1] være typegodkendte og verificeres inden opsætningen. Samme måletekniske direktiv fastlægger tolerancer for varmeenergimålerne, både som et samlet energimålesystem og som et delt system bestående af volumenmåler henholdsvis temperaturmålesystem inklusiv beregningsenhed.

For varmeenergimålere i drift er der i det måletekniske direktiv MDIR 07.01-01 [2] fastlagt et kontrolsystem baseret på stikprøver. Første stikprøve skal tages efter at et parti af ensartede varmeenergimålerne har været i drift i 6 år. For en batch bestående af mellem 280 til 500 varmeenergimålere er den foreskrevne stikprøvestørrelse lig med 50 målere. Varmenergimålerne udtaget ved stikprøven kalibreres, og på basis af disse resultater besluttet det om målerne i partiet kan forblive i drift i yderligere 6 eller 3 år, eller om de alle skal nedtages.

Kamstrup A/S har udført et feltforsøg med såkaldt permanent kontrol [3]. Varmenergimålerne anvendt til forsøget bestod af en beregningsenhed af typen MULTICAL 66-C, to flowmålere af typen ULTRAFLOW 65-S, tre temperaturfølere af typen Pt500, samt et radiomodul til trådløs overførsel af måledata til en central overvågningsenhed. Den ekstra temperaturføler var placeret tæt ved den ene af de to temperaturfølere, der blev anvendt til beregning af den forbrugte varmeenergi i husstanden. De to flowmålere var placeret i henholdsvis frem- og returløb. Ved den permanente kontrol blev temperaturen målt med den ekstra føler regelmæssigt sammenlignet med temperaturen målt med den dublerede temperaturføler, mens den passerende vandmængde (omregnet til masse) målt af de to flowmålere blev sammenlignet.

Kamstrup A/S har foreslået at reducere stikprøvestørrelsen for varmeenergimålere underkastet permanent kontrol. For en batch af 500 ensartede målere er det således foreslået at reducere stikprøvestørrelse fra 50 til 3. Denne rapport giver en vurdering af, om den permanente kontrol sammen med den reducerede stikprøvekontrol giver samme sikkerhed for forbrugeren som stikprøvekontrollen beskrevet i MDIR 07.01-01.

2 Kontrolsystemet beskrevet i MDIR 07.01-01

Kontrolsystemet beskrevet i det måletekniske direktiv er baseret på standarden DS/ISO 2859 [4]. Denne standard beskriver, hvorledes man ved stikprøvekontrol kan sandsynliggøre at fejlraten p i et parti emner ikke overstiger en fastlagt grænseværdi, AQL (Acceptable Quality Limit). Det måletekniske direktiv tager udgangspunkt i grænseværdien $AQL = 4\%$.

Sammenhængen mellem partiets og stikprøvens størrelse er i DS/ISO 2859 fastlagt ved valg af et såkaldt inspektionsniveau. Kontrolsystemet beskrevet i det måletekniske direktiv tager udgangspunkt i Generelt Inspektionsniveau II.

2.1 Stikprøvekontrol, Generelt Inspektionsniveau II, $AQL = 4\%$

For stikprøvekontrol på Generelt Inspektionsniveau II, $AQL = 4\%$, skal stikprøvestørrelsen i henhold til DS/ISO 2859 være $n = 50$ for partier på mellem 280 og 500 enheder¹. Acceptgrænsen A_c er i DS/ISO 2859 defineret som det maksimale antal emner med fejl, der må findes i stikprøven for at partiet kan godkendes. Acceptgrænsen afhænger af stikprøvens størrelse n og den valgte grænseværdi AQL . Acceptgrænsen angivet i DS/ISO 2859 er den kritiske værdi for test af hypotesen $H_0: p \leq AQL$ mod alternativet $H: p > AQL$ på signifikansniveau $\alpha = 1\%$. For en stikprøvekontrol med $n = 50$ og $AQL = 4\%$ er acceptgrænsen således $A_c = 5$. Den tilhørende operationskarakteristik er vist i Figur 1. Operationskarakteristikken for en stikprøvekontrol angiver sandsynligheden for at et parti godkendes ved stikprøven som funktion af fejlraten p i partiet. Bemærk at der er en sandsynlighed på 60% for at et parti godkendes selvom fejlraten p i partiet er hele 10%, altså væsentlig større end den valgte grænseværdi $AQL = 4\%$. Det skyldes det valgte signifikansniveau $\alpha = 1\%$ for forkastelse af hypotesen $H_0: p \leq AQL$.

Sikkerhedsniveauet opnået ved en stikprøvekontrol med en given stikprøvestørrelse n og given acceptgrænse A_c kan vurderes ved at udregne sandsynlighedstætheden $k(p|x)$ for fejlraten p i et parti givet det faktum at man i en stikprøve af størrelse n har konstateret x emner med fejl. Som vist i en DFM rapport [5] er $k(p|x)$ sandsynligheds-

¹ Stikprøvestørrelsen gælder for en enkelt stikprøve; anvendelse af dobbelt stikprøve er ikke taget i betragtning i nærværende rapport.

tætheden for en beta-fordeling $Be(\alpha, \beta)$ med parametrene $\alpha = 1+x$, $\beta = 1+n-x$. Sandsynlighedstætheden $k(p|x)$ i tilfældet $n = 50$ og $x = 5$ er vist i Figur 2 og beskriver sandsynlighedsfordelingen for fejlraten p i partiet i det tilfælde, hvor antallet x af emner med fejl er lig acceptgrænsen A_c for stikprøvekontrollen.

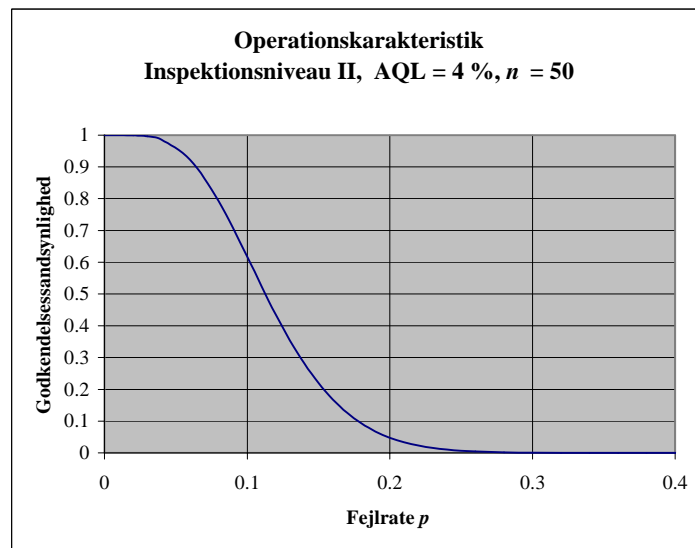
Forventningsværdi og varians af $k(p|x)$ er givet ved:

$$E(p|x) = \frac{1+x}{2+n} \quad , \quad V(p|x) = \frac{(1+x)(1+n-x)}{(2+n)^2(3+n)}$$

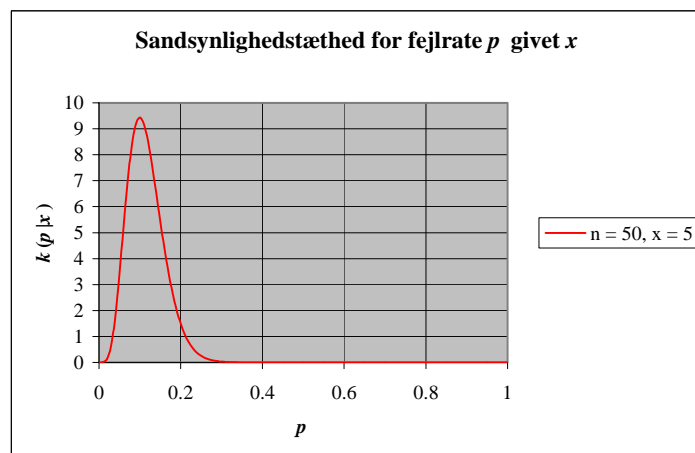
For $n = 50$ og $x = 5$ fås:

$$E(p|x) = 0.115 \quad , \quad V(p|x) = (0.044)^2$$

Den forventede fejlrate i et parti, som ved en stikprøvekontrol med $n = 50$ og $AQL = 4\%$ netop overholder acceptgrænsen $A_c = 5$, er således 11,5 % (med en standardusikkerhed på 4,4 %). Det er denne forventede fejlrate som beskriver sikkerhedsniveauet opnået med stikprøvekontrollen.



Figur 1. Sandsynligheden for at et parti godkendes ved en stikprøvekontrol med $n = 50$ og $AQL = 4\%$ som funktion af den virkelige fejlrate p i partiet.



Figur 2. Sandsynlighedstætheden for fejlraten p i partiet givet at man i en stikprøve af størrelsen $n = 50$ har fundet $x = 5$ emner med fejl.

2.2 Fejlkriterier ved stikprøvekontrol af varmeenergimålere

I MDIR 07.01-01 opereres der med to kriterier for vurdering af om en varmeenergimåler er fejlbehæftet i forbindelse med stikprøvekontrollen af et parti:

Kriterium 1: Varmeenergimåleren overholder verifikationstolerancen i alle målte punkter

Kriterium 2: Varmeenergimåleren overholder brugstolerancen, som er det dobbelte af verifikationstolerancen, i alle målte punkter

Hvis antallet af fejlbehæftede varmeenergimålere vurderet efter kriterium 1 overholder acceptgrænsen, kan partiet forblive opsat i yderligere 6 år inden en ny stikprøvekontrol udføres.

Hvis antallet af fejlbehæftede varmeenergimålere vurderet efter kriterium 2 overholder acceptgrænsen, kan partiet også forblive opsat, men kun i yderligere 3 år inden en ny stikprøvekontrol udføres.

Hvis antallet af fejlbehæftede varmeenergimålere vurderet efter kriterium 2 ikke overholder acceptgrænsen, skal partiet nedtages.

Det betyder at sikkerhedsniveauet opnået ved stikprøvekontrollen skal forstås som den forventede sandsynlighed for at en varmeenergimåler i et parti overholder brugstolerancen (og ikke verifikationstolerancen).

3 Kontrolsystemet foreslået af Kamstrup

Kontrolsystemet foreslået af Kamstrup består af en såkaldt permanent kontrol suppleret med en reduceret stikprøvekontrol. Den permanente kontrol af varmenergimålerne består af to elementer: Kontrol af flowmålere og kontrol af temperaturfølere. Kontrollen foreslås udført 4 gange årligt, og varmeenergimålere som ikke måtte overholde de for kontrollen fastsatte kriterier tages ned. Som reduceret stikprøvekontrol foreslår Kamstrup at anvende Specielt Inspektionsniveau S-1, $AQL = 4\%$ i henhold til DS/ISO 2859.

3.1 Kontrol af flowmålere

Med den nuværende generation af Kamstrups varmeenergi målere, kontrolleres de to flowmålere på følgende måde:

På basis af det løbende volumen V_f målt med flowmåleren i fremløbet og de løbende temperaturer θ_f og θ_r i målt med temperaturfølerne i henholdsvis fremløb og returløb, beregnes de vægtede gennemsnitstemperaturer $\bar{\theta}_f$ og $\bar{\theta}_r$ i kontrolperioden på følgende måde

$$\bar{\theta}_f = \frac{1}{V_{f,1} - V_{f,0}} \int_{V_{f,0}}^{V_{f,1}} \theta_f dV_f \quad , \quad \bar{\theta}_r = \frac{1}{V_{r,1} - V_{r,0}} \int_{V_{r,0}}^{V_{r,1}} \theta_r dV_r$$

hvor $V_{f,0}$ og $V_{f,1}$ er volumenerne registreret ved fremløbet ved starten henholdsvis ved slutningen af kontrolperioden. På basis af disse gennemsnitstemperaturer udregnes varmekoefficienterne k_f og k_r for henholdsvis fremløb og returløb ud fra formlerne angivet i standarden EN 1434-1 [6]:

$$k_f = k_f(p, \bar{\theta}_f, \bar{\theta}_r) \quad k_r = k_r \frac{\rho(p, \bar{\theta}_r)}{\rho(p, \bar{\theta}_f)}$$

hvor p er vandets tryk (som i henhold til EN 1434-1 sættes lig med 16 bar) og $\rho(p, \theta)$ er vandets densitet ved trykket p og temperaturen θ . Herefter udregnes to tilnærmede energiforbrug Q_f og Q_r på basis af volumenerne V_f og V_r målt med flowmålerne i henholdsvis fremløb og returløb:

$$Q_f = k_f (V_{f,1} - V_{f,0}) (\bar{\theta}_f - \bar{\theta}_r) \quad , \quad Q_r = k_r (V_{r,1} - V_{r,0}) (\bar{\theta}_f - \bar{\theta}_r)$$

hvor $V_{r,0}$ og $V_{r,1}$ er volumenerne registreret ved returløbet ved starten henholdsvis ved slutningen af kontrolperioden. Ved kontrollen udregnes den relative forskel D mellem de to energier:

$$D = \frac{Q_r - Q_f}{Q_f} = \frac{\rho(p, \bar{\theta}_r)}{\rho(p, \bar{\theta}_f)} \frac{(V_{r,1} - V_{r,0})}{(V_{f,1} - V_{f,0})} - 1$$

Kamstrup har foreslået acceptkriteriet $|D| \leq 8\%$ for denne kontrol.

Med kommende generationer af Kamstrup varmeenergimålere, vil de to energier Q_f og Q_r anvendt til kontrollen blive udregnet som forskrevet i EN 1434:

$$Q_f = \int_{V_{f,0}}^{V_{f,1}} k_f (\theta_f - \theta_r) dV_f \quad , \quad Q_r = \int_{V_{r,0}}^{V_{r,1}} k_r (\theta_f - \theta_r) dV_r$$

Kontrollen vil essentielt være den samme, men de observerede relative differencer D vil alt andet lige blive mindre. Årsagen er at kontrollen baseret på de tilnærmede energier forudsætter at temperaturen i returløb og i

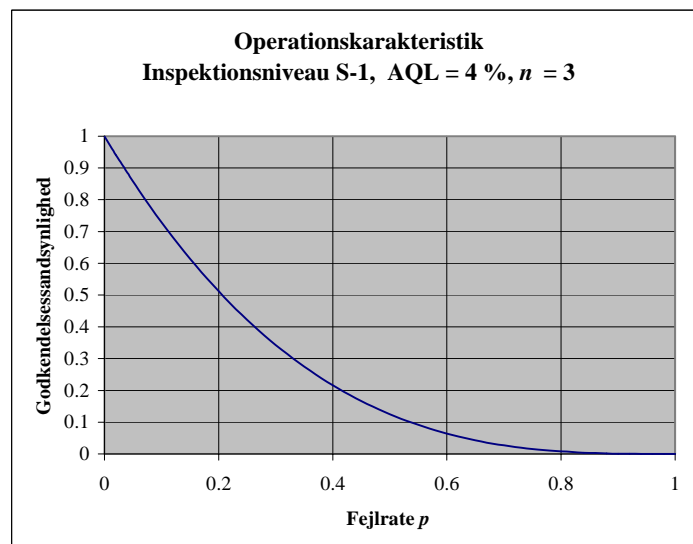
fremløb ikke varierer mere end at vandets densitetskurve $\rho(p, \theta)$ kan tilnærmes med tangenterne til kurven i punkterne $\theta = \bar{\theta}_f$ og $\theta = \bar{\theta}_r$.

3.2 Kontrol af temperaturfølere

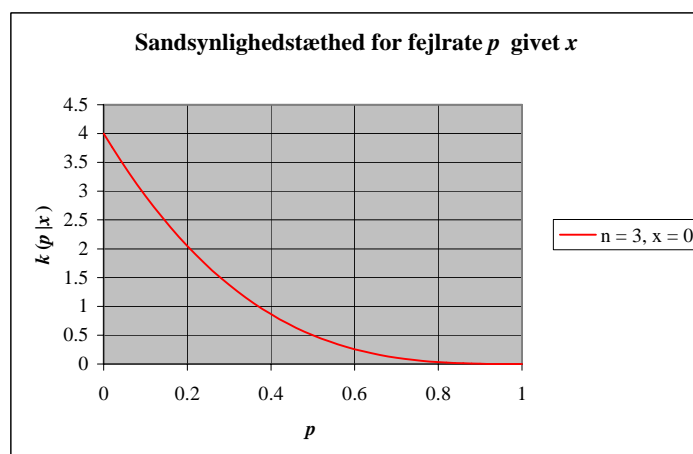
Ud over de to temperaturfølere, som sidder i frem- henholdsvis returløb og anvendes til beregning af forbrugt varmeenergi, indeholder varmeenergimåleren en kontroltemperaturføler, som i halvdelen af målerne i et parti er placeret ved siden af temperaturføleren i fremløb, mens den i den anden halvdel af partiet er placeret tæt ved temperaturføleren i returløb. Ved kontrollen beregnes forskellen D i vandtemperaturen θ målt med kontrolføler og den dublerede føler; kontrollen udføres dog kun ved volumenstrømme $q > 0.015 \text{ m}^3/\text{h}$. Kamstrup har foreslået acceptkriteriet $|D| \leq 0,5 \text{ K}$ for denne kontrol.

Bemærk at den beskrevne kontrol er ækvivalent til en kontrol, hvor temperaturdifferencen målt med temperaturfølerne anvendt til beregningen af forbrugt energi sammenlignes med temperaturdifferencen målt med kontroltemperaturføleren og den ikke-dublerede temperaturføler. Kontrollen af temperaturdifferencen svarer til kontrollen af flowmålerne beskrevet i afsnit 3.1 og kan derfor behandles med samme statistiske metode, jævnfør afsnit 4.1.

3.3 Stikprøvekontrol, Specielt Inspektionsniveau S-1, AQL = 4 %



Figur 3. Sandsynligheden for at et parti godkendes ved en stikprøvekontrol med $n = 3$ og $AQL = 4 \%$ som funktion af den virkelige fejlrate p i partiet.



Figur 4. Sandsynlighedstætheden for fejlraten p i partiet givet at man i en stikprøve af størrelsen $n = 3$ har fundet $x = 0$ emner med fejl.

For stikprøvekontrol på Specielt Inspektionsniveau S-1 med $AQL = 4\%$, skal stikprøvestørrelsen i henhold til DS/ISO 2859 være $n = 3$ for partier på helt op til 35 000 enheder. Acceptgrænsen for stikprøvekontrollen er $Ac = 0$. Operationskarakteristikken er vist i Figur 3. Ved sammenligning af Figur 1 og Figur 3 finder man, at for partier med en fejlrate p større end 10% , er godkendelsessandsynligheden større for den reducerede stikprøvekontrol end for stikprøvekontrollen beskrevet i afsnit 2.

Sandsynlighedstætheden $k(p|x)$ i tilfældet $n = 3$ og $x = 0$ er vist i Figur 4 og beskriver sandsynlighedsfordelingen for fejlraten p i partiet i det tilfælde, hvor antallet x af emner med fejl i stikprøven er lig acceptgrænsen Ac for stikprøvekontrollen.

For $n = 3$ og $x = 0$ fås følgende forventningsværdi og varians af sandsynlighedstætheden $k(p|x)$:

$$E(p|x) = 0.20 \quad , \quad V(p|x) = (0.16)^2$$

Den forventede fejlrate i et parti, som ved en stikprøvekontrol med $n = 3$ og $AQL = 4\%$ overholder acceptgrænsen $Ac = 0$, er således 20% (med en standardusikkerhed på 16%). Den forventede fejlrate i et parti godkendt ved den reducerede stikprøvekontrol er således dobbelt så stor som hvis partiet netop blev godkendt ved stikprøvekontrollen beskrevet i afsnit 2.

4 Vurdering af kontrolsystem foreslået af Kamstrup

Da den permanente kontrol beskrevet i afsnit 3.2 og afsnit 3.1 er baseret på sammenligning af visningen mellem to ligeværdige måleinstrumenter, er det ikke muligt ud fra en konstateret difference D mellem visningerne at udtale sig om visningsfejlen E på et af instrumenternes visning uden på forhånd at have en statistisk model for visningsfejlen E for måleinstrumenterne i et parti. I første omgang kunne man som den statiske model antage at visningsfejlen E var normalfordelt $N(\mu, \sigma^2)$ med forventningsværdi μ og spredning σ lig med gennemsnit og standardafvigelse af visningsfejlene konstateret ved førstegangsverifikationen af måleinstrumenterne. Man kunne da bruge differencerne målt ved den permanente kontrol til at teste om fordelingen ændrer sig gennem tiden, forudsat at de to måleinstrumenter ikke driver med nogenlunde samme driftrate. Hvis testen viser at fordelingen af visningsfejl har ændret sig signifikant, vil det være relevant at vurdere om det enkelte måleinstrument overholder den fastsatte tolerance. Det vil imidlertid ikke være muligt, da den statistiske fordeling som skal ligge til grund for beregningen, netop er blevet forkastet.

En løsning på denne problemstilling vil være at basere den statistiske model for måleinstrumenternes visningsfejl ud fra den reducerede stikprøve, som Kamstrup har foreslået.

4.1 Anvendt statistik model

Lad $M1$ og $M2$ betegne de to måleinstrumenter i varmeenergimåleren, som sammenlignes ved den permanente kontrol; dvs. enten de to flowmålere eller de to temperaturdifferencemålere. Måleinstrumentet $M1$ er det instrument, som anvendes til målingen af forbrugt energi, mens $M2$ er det ekstra måleinstrument, som er indført til kontrolformålet.

Lad E_1 og E_2 betegne visningsfejlen (relativ eller absolut) for de to måleinstrumenter $M1$ og $M2$. Antag at visningsfejlene E_1 og E_2 for varmeenergimålerne i et parti er identisk normalfordelte $N(\mu, \sigma^2)$ med en forventningsværdi μ og spredning σ , som er ukendt før stikprøven tages og analyseres. I tilfældet hvor $M1$ og $M2$ er flowmålere, kan det antages at visningsfejlene E_1 og E_2 er uafhængige, således at visningsfejlene E_1 og E_2 har korrelationskoefficienten $r = 0^2$. I tilfældet hvor $M1$ og $M2$ er temperaturdifferencemålere, er visningsfejlene E_1 og E_2 ikke uafhængige, da disse to målere har en fælles temperaturføler; i dette tilfælde haves korrelationskoefficienten $r = 0.5$ mellem visningsfejlene E_1 og E_2 .

Ud fra partiet af varmenergimålere udtages en stikprøve af størrelse n , og ved kalibrering bestemmes visningsfejlene E_{1i} og E_{2i} for den udtagne måler nr. i , $i = 1, \dots, n$. Herefter udregnes gennemsnittet m og standardafvigelsen s af visningsfejlene E_1, E_2 ved formlerne:

$$m = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (E_{1i} + E_{2i}),$$

$$s^2 = \frac{1}{(2n-1)(1-r^2)} \sum_{i=1}^n ((E_{1i} - m)^2 + (E_{2i} - m)^2 - 2r(E_{1i} - m)(E_{2i} - m)). \quad (1)$$

² Kamstrup har fremsendt kalibreringsresultater for 11 tilfældigt udtagne flowmålerpar som har været i drift i 4 år. En analyse af disse resultater viser at der ikke er nogen signifikant korrelation mellem visningsfejlene E_1 og E_2 for de udtagne flowmålerpar.

I princippet er det muligt at kontrollere de forudsatte værdier for korrelationskoefficienten r ved hjælp af formlen

$$r = \frac{1}{2S_{12}} \left(S_{11} + S_{22} - \sqrt{(S_{11} + S_{22})^2 - 4S_{12}^2} \right), \quad (2)$$

hvor

$$S_{11} = \sum_{i=1}^n (E_{1i} - m)^2, \quad S_{22} = \sum_{i=1}^n (E_{2i} - m)^2, \quad S_{12} = \sum_{i=1}^n (E_{1i} - m)(E_{2i} - m). \quad (3)$$

For en stikprøve af størrelsen $n = 3$ kan en korrelationskoefficient udregnet ved hjælp af formel (2) dog ikke tillægges den store betydning.

Antallet af frihedsgrader hørende til den beregnede standardafvigelse s er $\nu = 2n - 1$. Bemærk at formelen til beregning af s afhænger af korrelationskoefficienten r mellem visningsfejlene E_1 og E_2 . For $r = 0$ er formelen velkendt og er implementeret i eksempelvis Excel.

Sandsynlighedsfordelingerne for et visningsfejlpar (E_1, E_2) for et måleinstrument, som ikke blev udtaget ved stikprøven, vil ifølge Bayes sætning være en skaleret og forskudt, todimensional Student t-fordeling [7], dvs.:

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ m \end{pmatrix} + s \sqrt{1 + \frac{1}{2n}} \mathbf{T}, \quad (4)$$

hvor \mathbf{T} er en todimensional, Student t-fordelt stokastisk variabel med $\nu = 2n - 1$ frihedsgrader og med følgende korrelationsmatrix \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Elementet r i ovennævnte matrix er den forudsatte korrelationskoefficient mellem visningsfejlene E_1 og E_2 ; dvs. $r = 0$ eller $r = 0.5$.

Lad $f(E_1, E_2)$ betegne den tilhørende todimensionale tæthedsfunktion for et visningsfejlpar (E_1, E_2) . Denne sandsynlighedstæthed beskriver den information der er til rådighed om et visningsfejlpar (E_1, E_2) efter stikprøven er udtaget og analyseret, men før et resultat af den permanente kontrol foreligger.

Ved den permanente kontrol måles en difference $D = E_1 - E_2$. Antages det at usikkerheden på denne måling kan negligeres, er der efter kontrollen lagt et bånd på variationen af visningsfejlparret (E_1, E_2) . Tæthedsfunktionen for visningsfejlparret givet resultatet af kontrollen er givet ved

$$f(E_1, E_2 | D) = C(D) f(E_1, E_2) \delta(D - E_1 + E_2), \quad (6)$$

hvor $\delta(x)$ er Dirac's deltafunktion og $C(D)$ er en normaliseringskonstant, der afhænger af den ved kontrollen fundne difference D . Den marginale sandsynlighedstæthed for visningsfejlen E_1 givet resultatet D af kontrollen, findes ved integration af den todimensionale sandsynlighedstæthed (6) over alle visningsfejl E_2 :

$$f_1(E_1 | D) = \int_{-\infty}^{\infty} f(E_1, E_2 | D) dE_2 = \frac{f(E_1, E_1 - D)}{C(D)} \quad (7)$$

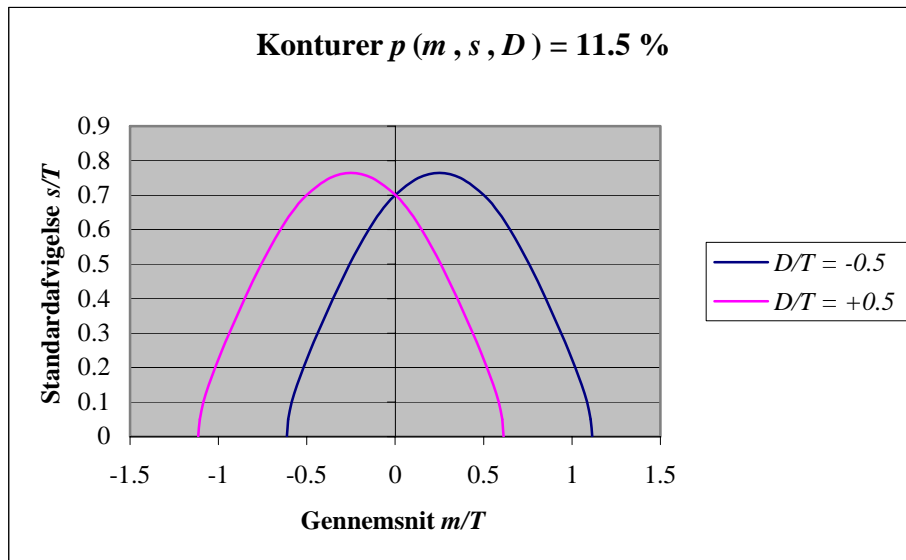
Normaliseringskonstanten $C(D)$ er givet ved integralet

$$C(D) = \int_{-\infty}^{\infty} f(E_1, E_1 - D) dE_1, \quad (8)$$

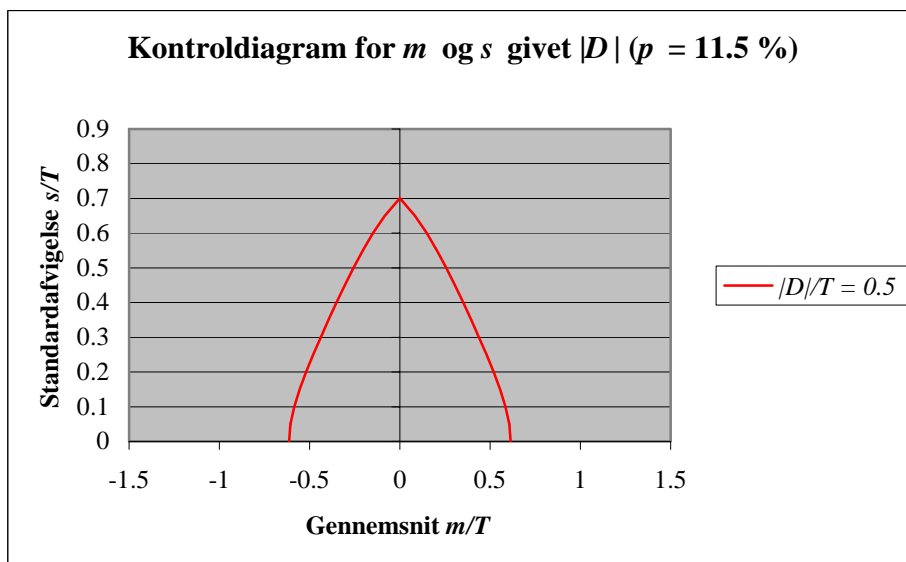
der må udregnes numerisk for den givne værdi af differencen D . Sandsynligheden p for at visningsfejlen E_1 for måleinstrumentet M1 ligger uden for intervallet $-T < E_1 < T$, hvor T er den fastsatte tolerance, er herefter givet ved:

$$p(m, s, D) = 1 - \int_{-T}^T f_1(E_1 | D) dE_1 = 1 - \frac{\int_{-T}^T f(E_1, E_1 - D) dE_1}{C(D)}. \quad (9)$$

Denne sandsynlighed (som kan beregnes numerisk ud fra det observerede gennemsnit m , standardafvigelse s og difference D) beskriver sikkerhedsniveauet for en permanent kontrol suppleret med en reduceret stikprøvekontrol.



Figur 5. Kurver over sammenhørende værdier af gennemsnit m og standardafvigelse s som for en observeret difference D mellem to måleinstrumenter M1 og M2 giver sandsynligheden $p = 11.5\%$ for at visningsfejlen E1 for måleinstrumentet M1 ikke overholder tolerancen T . Kurven er baseret på at m og s er gennemsnit og standardafvigelse af visningsfejlene E1 og E2 målt i en stikprøve af størrelsen $n = 3$ måleinstrumentpar M1, M2.



Figur 6. Kontrolldiagram for gennemsnit m og standardafvigelse s hørende til kontrolgrænsen $|D| = 0.5T$. Diagrammet er sammenstykket af to dele af konturerne i Figur 5 og afgrænser sammen med absicse-aksen det område, hvor m og s kan ligge uden at sandsynligheden p , for at et måleinstrumentet M1 ikke overholder tolerancen, overstiger 11.5% .

Kontrolsystemet beskrevet i MDIR 07.01-01 giver som tidligere nævnt en sandsynlighed $p = 11.5\%$ for at en varmenergimåler i et parti, der netop passerer stikprøvekontrollen, ikke overholder tolerancen.

For en given difference D , bestemmer ligningen $p(m, s, D) = 11.5\%$ en kurve over sammenhørende værdier af gennemsnit m og standardafvigelse s . Sådanne kurver er vist i Figur 5 for $D = 0.5T$ og $D = -0.5T$. Ved den permanente kontrol er der fastsat en kontrolgrænse for den numeriske difference $|D|$. Hvis kontrolgrænsen $|D| = 0.5T$ anvendes, kan man ud fra de to kurver i Figur 5 afgrænse det område, hvor gennemsnittet m og s skal falde for at usikkerheden p , for at et instrument M1 ikke overholder tolerance, ikke overstiger 11.5% . Et sådan kontrolldiagram er vist i Figur 6. Bemærk at diagrammet kun er gyldigt for stikprøvestørrelsen $n = 3$.

En række kontrolldiagrammer for gennemsnit m og standardafvigelse s er vist i Figur 7 for $r = 0$ (flowmålere) og i Figur 8 for $r = 0.5$ (temperaturdifferentmålere). Diagrammerne er baseret på stikprøvestørrelsen $n = 3$ og sikkerhedsniveauet $p = 11.5\%$. Bemærk at differencen D , gennemsnittet m og standardafvigelsen s alle er normeret med hensyn til tolerancen T , således figureerne er generelt anvendelige. Figureerne kan anvendes til at

afgøre om en valgt kontrolgrænse for størrelsen $|D|$ sammen med værdier af gennemsnit m og standardafvigelse s observeret i en stikprøve, giver samme, bedre eller ringere sikkerhedsniveau end kontrolsystemet beskrevet i MDIR 07.01-01:

- Hvis det observerede punkt (m, s) ligger på kurven hørende til den valgte kontrolgrænse for størrelsen $|D|$, da er sandsynligheden p for at måleinstrumentet M1 ikke overholder tolerancen T lig med 11.5 %, således at sikkerhedsniveauet for den permanente kontrol er den samme som for stikprøvekontrollen beskrevet i MDIR 07.01-01.
- Hvis punktet (m, s) ligger under kurven, er sandsynligheden p for at måleinstrumentet M1 ikke overholder tolerancen T mindre end 11.5 %, og sikkerhedsniveauet for den permanente kontrol er da bedre end sikkerhedsniveauet for stikprøvekontrollen beskrevet i MDIR 07.01-01.
- Hvis punktet (m, s) ligger over kurven er sandsynligheden p for at måleinstrumentet M1 ikke overholder tolerancen T større end 11.5 %, og sikkerhedsniveauet for den permanente kontrol er da ringere end sikkerhedsniveauet for stikprøvekontrollen beskrevet i MDIR 07.01-01.

4.2 Kontrol af flowmålere

Kamstrup har fremlagt data for kalibrering af 22 flowmålere fra 11 tilfældigt udvalgte varmeenergimålere, som har været i drift i 4 år. Ved kalibreringen er visningsfejlene E_1 og E_2 for de to flowmålere i en varmeenergimåler blevet målt ved flowniveauerne q_i , $0.1q_p$ og q_p , hvor q_i og q_p er henholdsvis minimum og maksimum for flowmålerens måleområde.

For at simulere den af Kamstrup foreslåede permanente kontrol og reducerede stikprøvekontrol, har jeg blandt de 11 varmenergimålere udvalgt $n = 3$ tilfældige varmeenergimålere, se Tabel 1. Ud fra de målte visningsfejl er gennemsnittet m og standardafvigelsen s udregnet ved hjælp af ligning (1) med $r = 0$. Tolerancen angivet i Tabel 1 er brugstolerancen angivet i MDIR 27.01-01 for flowmåleren, når varmenergimåleren verificeres som et delt system. De i tabellen udregnede kontrolpunkter $(m/T, s/T)$ er indført i kontroldiagrammet i Figur 7. Af kontroldiagrammet ses, at for alle tre flowniveauer vil en kontrolgrænse $|D|/T = 1$ være passende i forhold til gennemsnittet m og standardafvigelsen s fundet ved stikprøven. Modsat vil den af Kamstrup foreslåede kontrolgrænse $|D| = 8\%$ ($|D|/T = 1.33$ ved flow $q \geq 0.1 q_p$) ikke give det ønskede sikkerhedsniveau $p = 11.5\%$.

Det skal nævnes at Kamstrup har valgt kontrolgrænsen $|D| = 8\%$ ud fra den maksimale brugstolerance for den samlede varmenergimåler, som er $T = 12\%$. Der er efter min vurdering ikke belæg for at anvende denne tolerance ved kontrollen af flowmålerne.

		Flowniveau			Flowmåler
		q_i	$0.1q_p$	q_p	
Visningsfejl	$E_1/\%$	-2.37	0	-0.48	314105217
	$E_2/\%$	-1.31	1.45	1.32	324105217
	$E_1/\%$	-1.31	-0.18	0.52	314248350
	$E_2/\%$	-0.06	0.67	1.37	324248350
	$E_1/\%$	-2.68	-0.36	-0.55	314171479
	$E_2/\%$	-1.71	1.25	0.77	324171479
Gennemsnit	$m/\%$	-1.57	0.47	0.49	
Standardafvigelse	$s/\%$	0.93	0.77	0.84	
Tolerance	$T/\%$	10	6	6	
Kontrolpunkt	m/T	-0.16	0.08	0.08	
	s/T	0.09	0.13	0.14	

Tabel 1. Data for en stikprøve af $n = 3$ varmenergimålere.

4.3 Kontrol af temperaturfølere

Kamstrup har fremlagt data for kalibrering af 29 temperaturdifferencemålere. Temperaturdifferencemålerne er ikke udtaget fra varmeenergimålere med tre temperaturmålere, så for at simulere den af Kamstrup foreslåede permanente kontrol og reducerede stikprøvekontrol, har jeg tilfældigt udtaget $2n = 6$ temperaturdifferencemålere ud af de 29 og grupperet dem i $n = 3$ par, se Tabel 2. Som følge heraf er der ikke den i 4.1 nævnte korrelation $r = 0.5$ mellem visningsfejlene E_1 og E_2 , som der ville have været, hvis temperaturdifferencemålerne hørte til varmeenergimålere af den type som den permanente kontrol påtænkes at omfatte.

Ud fra de i Tabel 2 angivne visningsfejl E_1 og E_2 (som er bestemt ved temperaturforskellen $\Delta\theta = 90$ K) er gennemsnittet m og standardafvigelsen s udregnet ved hjælp af ligning (1) med $r = 0$ (i stedet for $r = 0.5$). Tolerancen angivet i Tabel 2 er brugstolerancen ved temperaturforskellen $\Delta\theta = 30$ K angivet i MDIR 27.01-01 for temperaturdifferencemåler inklusiv regneværk, som er gældende når varmenergimåleren verificeres som et delt system. Den valgte temperaturdifferens $\Delta\theta = 30$ K er valgt, da den er mere repræsentativ for driftssituationen end den temperaturdifferens $\Delta\theta = 90$ K, hvor visningsfejlene E_1 og E_2 er opgivet³. Det i tabellen udregnede kontrolpunkt (m/T , s/T) er indført i kontroldiagrammet i Figur 8. Af kontroldiagrammet ses, at en kontrolgrænse $|D|/T = 0.8$ være passende i forhold til gennemsnittet m og standardafvigelsen s fundet ved stikprøven. Den af Kamstrup foreslåede kontrolgrænse $|D| = 0.5$ K ($|D|/T = 0.83$) vil således give det ønskede sikkerhedsniveau $p = 11.5$ %.

		$\Delta\theta = 90$ K	Temperaturføler
Visningsfejl	E_1/K	-0.081	4196012
	E_2/K	-0.139	4232847
	E_1/K	0.003	4259800
	E_2/K	-0.044	4265914
	E_1/K	-0.035	4321094
	E_2/K	-0.067	2127522
Gennemsnit	m/K	-0.06	
Standardafvigelse	s/K	0.05	
Tolerance	T/K	0.3	
Kontrolpunkt	m/T	-0.20	
	s/T	0.16	

Tabel 2. Data for en stikprøve af $n = 3$ par af temperaturdifferencemålere.

5 Konklusion

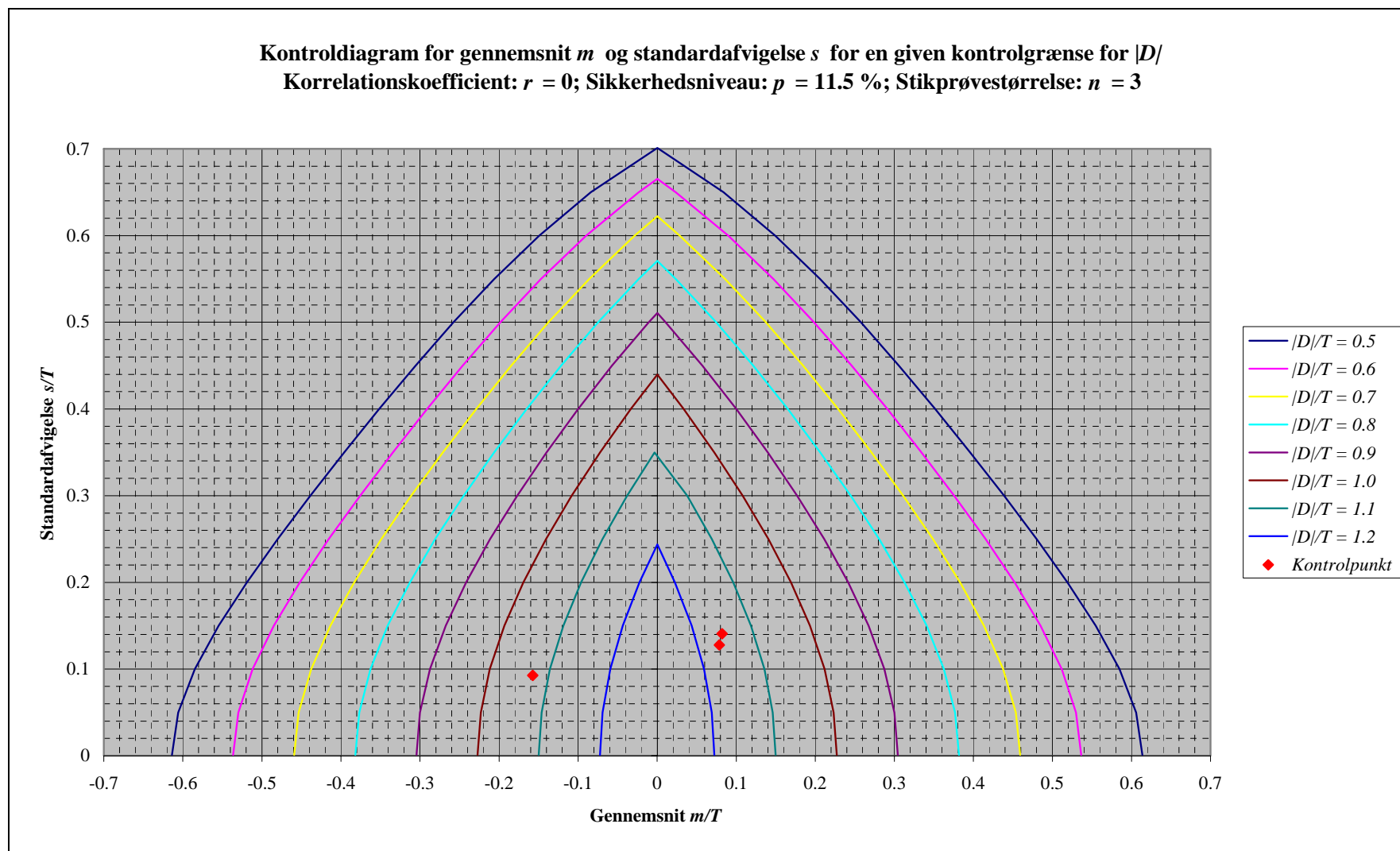
Der er beskrevet en metode til vurdering af sikkerhedsniveauet for den af Kamstrup foreslåede permanente kontrol sammen med en reduceret stikprøvekontrol. De udviklede kontroldiagrammer i Figur 7 og Figur 8 kan anvendes til at vurdere, om en valgt kontrolgrænse $|D|$ sammen med gennemsnittet m og standardafvigelsen s for visningsfejlene observeret i den reducerede stikprøve, giver samme, bedre eller ringere sikkerhed end stikprøvekontrollen beskrevet i det måletekniske direktiv MDIR 07.01-01.

Kalibreringsdata fremlagt af Kamstrup for såvel flowmålere som temperaturdifferencemålere viser, at gennemsnit m og standardafvigelse s af målerens visningsfejl i en stikprøve er relativt små i forhold til de legale brugstolerancer for varmeenergimålere. Dette gør det muligt at opnå det ønskede sikkerhedsniveau $p = 11.5$ % ved praktisk anvendelige kontrolgrænser for den permanente kontrol. Den af Kamstrup foreslåede kontrolgrænse $|D| = 0.5$ K for temperaturdifferencemålerne vurderes at være rimelig, mens kontrolgrænsen $|D| = 8$ % for flowmålere foreslås ændret til $|D| = 6$ %. Kontrolgrænserne kan løbende revurderes i takt med at resultaterne af stikprøver foreligger. Hvis det f.eks. viser sig at gennemsnittet m ændrer sig signifikant som følge af kollektiv drift eller at standardafvigelsen s vokser, kan det være nødvendigt at reducere kontrolgrænserne.

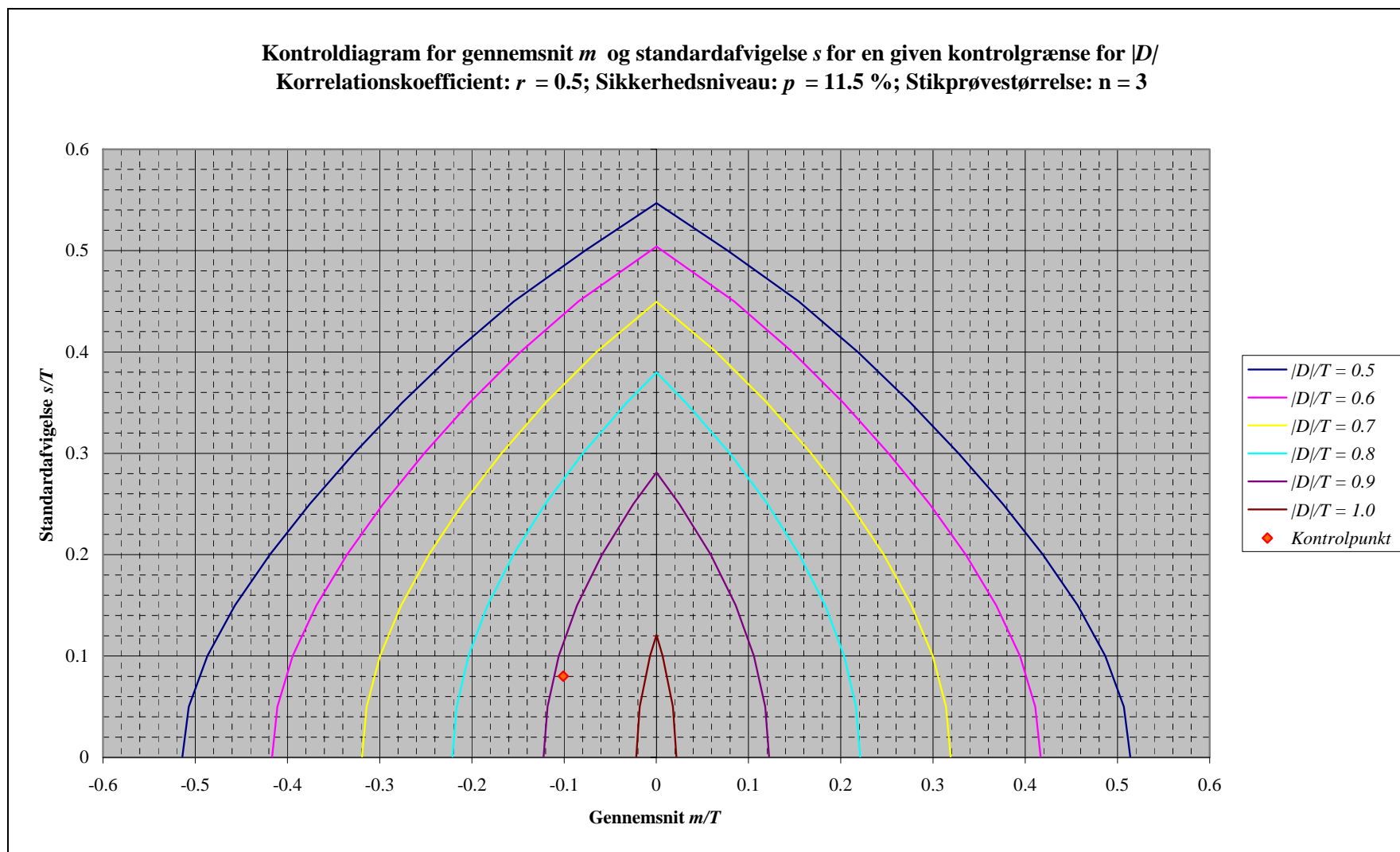
6 Referencer

- [1] MDIR nr. 27.01-01, udgave 4, 7 juni 1994, "Varmenergimålere for fjernvarme"
- [2] MDIR nr. 07.01-01, udgave 3, 19 november 1997, "Fjernvarmemålere, kontrolsystem for målere i drift"
- [3] Rapport "Permanent overvågning af varmemålere via datastyret driftsovervågning", DELTA Dansk Elektronik, Lys & Akustik, projektnr. E820036, 18 oktober 2004
- [4] DS/ISO 2859, "Metoder og tabeller for stikprøveudtagning for inspektion ved alternativ måling"
- [5] Lars Nielsen, *Uncertainty of error rates estimated by sampling*, DFM-98-R11 (1998)
- [6] PrEN 1434-1:2004, Heat meters – General requirements
- [7] A. Gelman et al, *Bayesian data analysis*, Chapman and Hall, London, 2003

³ Det er her antaget at gennemsnittet m og spredningen s bestemt ved $\Delta\theta = 90$ K også er repræsentative for visningsfejlene E_1 og E_2 ved temperaturforskellen $\Delta\theta = 30$ K.



Figur 7. Kontrolldiagram for gennemsnit m og spredning s af flowmålerens visningsfejl målt ved en given volumenstrøm i en stikprøve af størrelsen $n = 3$ varmeenergimålere udtaget fra et parti, som er underkastet permanent kontrol med en given kontrolgrænse for den numeriske værdi af den registrerede forskel D i de to flowmålernes visning. Størrelserne m , s og D er normeret med tolerancen for T for flowmålerens visningsfejl.



Figur 8. Kontrolldiagram for gennemsnit m og spredning s af temperaturdifferencemålerens visningsfejl målt ved en given temperaturdifferens i en stikprøve af størrelsen $n = 3$ varmeenergimålere udtaget fra et parti, som er underkastet permanent kontrol med en given kontrolgrænse for den numeriske værdi af den registrerede forskel D i de to temperaturdifferencemåleres visning. Størrelserne m , s og D er normeret med tolerancen for T for temperaturdifferencemålerens visningsfejl.